

OHJEITA MATEMATIIKAN YLIOPIILASKOETTA VARTEN

ENNEN KOEPÄIVÄÄ

- Tuo taulukkosasi ja laskimet tarkastettavaksi koulun kansliaan viimeistään koetta edeltävänä päivänä klo 12.00 mennessä.
- Laskimessa ja taulukon etukannessa tulee olla lappu, jossa on käyttäjän numero ja nimi. Useampiakin taulukoita ja laskimia saa käyttää. Taulukoissa saa olla vain omistajaa koskevia merkintöjä, ei siis alleviivauksia tms.
- Koetta edeltävänä päivänä kannattaa kerrata perusasioita; Älä stressaa itseäsi vaikeilla tehtävillä ainakaan viimeisenä iltana.

KOKEESEEN SAAPUMINEN

Kouluun tullaan viimeistään 15 minuuttia ennen kokeen ilmoitettua alkamisaikaa eli paikalla on oltava jo klo 8.45.

KOEVÄLINEET

Ota mukaan seuraavat välineet:

- runsaasti lyijykyniä (suositeltava kovuus HB), kuulakärkikynä ja teroitin.
 - pyyhekumi
 - viivoitin, geokolmio tai astelevy sekä harppi
 - eväät
 - lämpimiä vaatteita (salissa voi olla viileää)

KOEPAPERIT

- Kaikki kokeessa käytettävät paperit ovat koulun nimellä ja numerolla varustettuja koko- ja puoliarkkeja 9 mm ruuduin.
- Kokoarkin etukansi (ja tarvittaessa tämän kääntöpuoli) on tarkoitettu vain ja ainoastaan tehtävää numero 1 varten. Ellei tehtävää 1 käsitellä, kootaan suoritukset vain nimitiedot sisältävän kokoarkin sisään.
- Tehtävät 2-15 lasketaan puoliarkeille siten että samalla puoliarkilla ei ole koskaan kahta eri tehtävää.
- Kokeessa on viisitoista tehtävää, joista saa vastata enintään kymmeneen tehtävään. Tehtävät voivat sisältää useita osia [merkittynä esimerkiksi a), b) jne.], jolloin kaikkien kohtien käsittely kuuluu tehtävän täydelliseen suoritukseen. Jos kokelas jättää arvosteltavaksi enemmän kuin kymmenen tehtävää, katsotaan kokeen muodostuvan niistä kymmenestä tehtävästä, joiden pistesumma on pienin.
- Pitkän matematiikan kokeessa voidaan antaa 1—2 ns. tähtitehtävää, jotka vaativat laajempaa tai syvällisempää käsittelyä kuin muut tehtävät. Tähtitehtävät merkitään tehtävänumeron edessä olevalla tähdellä, ja ne sijoitetaan tehtäväsarjan loppuun.
- Ennen kokeen luovuttamista valvojalle järjestä puoliarkit tehtävien numeroiden mukaisesti.
- Jokaisessa käyttöön otetussa paperissa tulee olla kokelaan numero ja nimikirjoitus ja ainakin kansilehdellä myös täydellinen nimi selvästi kirjoitettuna.
- Osa ennalta jaetuista tai kokeen aikana valvojalta saaduista papereista jää suttupapereiksi eli konsepteiksi, joihin vedetään lopuksi henkselit yli kynällä sekä kirjoitetaan sanat "EI ARVOSTELLA" tai "KONSEPTI". Konsepteja ei arvostella.
- Mitään koepaperia ei saa repiä eikä taittaa. Valvojalle palautetaan kokeen päättyessä kaikki koepaperit (myös suttupaperit)

KOKEEN ALOITUS (Alku työn kaunistaa...)

Koeaika, joka on tasan kuusi tuntia, alkaa siitä hetkestä, jolloin kaikki koepaperit on jaettu. Lue huolella kaikki tehtävät. Jos mieleesi tulee heti jotain ratkaisuun liittyvää, merkitse ajatuksesi muistiin vaikkapa tehtäväpaperin reunaan. Alleviivaa tehtävän avainsanoja. Jos tehtävän ymmärtäminen vaatii kuvion piirtämistä, voit jo tässä vaiheessa piirtää lopullisen kuvion tai sen luonnoksen. Jo tutustumisvaiheessa sinun on syytä selvittää, mitä kussakin tehtävässä kysytään ja mitä lähtötietoja tehtävässä on annettu. Näin kaikki tehtävät jäävät hautumaan alitajuntaasi siten, että niillä on mahdollisimman pitkä kypsymisaika.

TEHTÄVÄN SUORITTAMINEN

Aloita laskeminen helpoimmasta tehtävästä. Lue tehtävä jälleen tarkasti sekä suorita laskut sujuvasti ja rauhallisesti. Etene pienin askelin, ajattele vain yhtä asiaa kerralla ja kirjoita näkyviin riittävästi välivaiheita.

Ota erityisen rauhallisesti alku, sillä virheistä valitettavimpia ovat yleensä tehtävän alkupuolella ja jopa esimerkkiä luettaessa tai siinä annettua tietoa kopioitaessa tehdyt virheet. Tällöin jää yleensä selvittämättä olisiko kokelas kyennyt ratkaisemaan tarkoitettua ongelmaa.

Jos jokin tehtävä tuntuu liian helpolta, niin tutki, oletko ottanut huomioon kaikki mahdollisuudet. Jos tehtävä näyttää kovin kummalliselta, niin sen ratkaisemista varten tarvittavat tiedot löytyvät usein itse tehtävästä.

TARKISTAMINEN

Esimerkiksi eräiden itseisarvo, juuri - ja logaritmiyhtälöiden yhteydessä tarkistusta voidaan käyttää perusteluna, jonka avulla tutkitaan saatujen juuriehtokkaiden kelpoisuus. Tarkistus on tällöin ratkaisun olennainen osa, joten se tulee ottaa mukaan arvoiteltavaksi tarkoitettuun suoritukseen. Suorita tarkistus huolella.

Varmuuden vuoksi suoritettavat tarkistuslaskut kirjoitetaan suttupaperille. Jos laskujen tuloksia voidaan kontrolloida tarkasti piirretyyn kuvioon vertaamalla, niin myös jokainen välitulos on syytä tarkistaa heti kuvion avulla. Tätä jatkuvan tarkistamisen periaatetta on syytä soveltaa muulloinkin, jos se ei vie kohtuuttomasti aikaa. Niinpä integroituasi voit suorittaa tarkistuksen derivoimalla. Kun olet päässyt tehtävän loppuun, on jälleen vuorossa tarkistus. Lue tehtäväsi vielä kerran. Arvioi saamaasi tulosta. Arvioi voiko se olla mahdollinen. Tarkista, että olet vastannut vain siihen mitä kysytään.

Jos huomaat, että saamasi vastaus on väärä, älä tuhlaa virheiden etsimiseen kohtuuttomasti aikaa, vaan jätä tehtävä hautumaan ja siirry muihin tehtäviin. Jos virhettä ei myöhemminkään löydy, niin kirjoita näkyviin tätä koskeva huomautus sekä arvio oikeasta tuloksesta. Sinänsä pieni virhe, joka johtaa väärään tai mahdottomaan tulokseen (esimerkiksi todennäköisyydelle saada lukua 1 suurempi arvo) alentaa huomattavasti suorituksen arvoa, ellei laskija ilmoita huomanneensa virhettä.

Huolimattomuusvirhe saattaa löytyä laskemalla tehtävä kokonaan uudelleen, mikä on eräänlainen tarkistusmenetelmä. Mikäli jää aikaa tätä kannattaa kokeilla.

Jos tehtävä näyttää olevan kunnossa, siirry tarvittaessa puhtaaksikirjoitusvaiheeseen tai seuraavaan tehtävään.

PUHTAAKSIKIRJOITUS

Jos tehtävän ensimmäinen versio on kohtuullisen siisti ja selkeästi jäsennelty, niin se on samalla lopullinen versio. Muussa tapauksessa kirjoita tehtävä puhtaaksi lyijykynällä. Arvosteltavaksi tarkoitettussa suorituksessa tulee käydä ilmi:

- miten tehtävä on ajateltu ratkaistavaksi
- mitkä ovat tarvittavat laskut välivaiheineen
- mitkä ovat perustelut, joiden tulee olla lyhyitä, mutta olennaiset asiat sisältäviä.
- mikä on tehtävän vastaus; jos kysymyksiä on useita niin kaikkiin on annettava vastaus. Lue kysymykset huolella. Tarkista, että olet vastannut vain siihen mitä kysytään.

Jos huomaat puhtaaksi kirjoitetussa tehtävässä virheen, jonka johdosta osa tehtävästä on laskettava uudestaan, jatka siististi perään. Vasta sen jälkeen kun olet saanut valmiiksi korjatun suorituksen, yliviivaa virheellinen osa.

Jos jokin tehtävä jää syystä tai toisesta kesken, ota se kuitenkin mukaan arvosteltavaksi tarkoitettuun suoritukseen, sillä yrittelmä saattaa sisältää osasuorituksen, josta annetaan pisteitä. Vain suttupaperilla olevia suorituksia ei oteta huomioon, olivatpa ne miten ansiokkaita hyvänsä.

AJAN KÄYTTÖ

Jos jokin tehtävä ei sitkeistä yrityksistä huolimatta ota sujuukseen, älä juutu siihen liikaksi pitkäksi aikaa. Jätä tehtävä hautumaan ja siirry miettimään muita tehtäviä tai kirjoita niitä puhtaaksi tai pidä pieni rentoutus -ja ruokailutauko. Koeaika on syytä käyttää loppuun asti.

TARKKA ARVO JA LIKIARVO

Jos tehtävä edellyttää numeroarvon ilmoittamista (kysytään esimerkiksi alaa tai kulman suuruutta) eikä tehtävässä toisin vaadita, on yleensä ilmoitettava tarkka arvo ja likiarvo

Tarkan arvon (eli murtolukuja, juuria, logaritmeja, π :tä yms. sisältäviä vastaus) saaminen edellyttää tarkkoja välivaiheita eli välivaiheissa ei saa pyöristää. Jos lähtöarvot ovat luonteeltaan tarkkoja arvoja (ei mittaustuloksilla saatuja likiarvoja) vastaus riittää ilmoittaa pelkkänä tarkkana arvona.

Likiarvon avulla voidaan arvioida vastauksen suuruusluokkaa ja mielekkyyttä. Mikäli välivaiheiden laskeminen tarkoilla arvoilla on mahdotonta, hankalaa tai tarpeetonta kirjoita laskimen antamat moninumeroiset likiarvot sellaisenaan (esim. muodossa 3,1415926...) tai mahdollisimman tarkasti (esim. muodossa 3,141593). Mitä enemmän pyöristää välivaiheissa sitä suurempi virhe loppuvastaukseen tulee. Vasta lopussa pyöristetään sopivasti. Lopulliseen vastaukseen tulee yleensä niin monta merkitsevää numeroa kuin niitä on epätarkimmassa lähtöarvossa.

MUUTA HUOMION ARVOISTA

Kiinnitä huomiota käsitteisiin, nimityksiin ja merkintöihin. Niinpä toimenpiteet lauseketta sieventäessä tai yhtälöä ja epäyhtälöä ratkaistaessa on tilanteen edellyttämällä tavalla valittava, kuten käyty ilmi esimerkistä

a) Sievennä lauseke $\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2}$. Lavennetaan x^2 :llä ja $(x-1)$:llä

$$\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2} = \frac{x^2 - (x-1)(x+1)}{x^2(x-1)} = \frac{x^2 - (x^2 - 1)}{x^2(x-1)} = \frac{1}{x^2(x-1)}$$

b) Ratkaise yhtälö

$$\frac{1}{x-1} - \frac{x-1}{x^2} = 0 \quad \parallel \cdot (x-1) \cdot x^2 \quad \text{kerrotaan nimittäjät pois } x \neq 0,1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (x-1)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad (\text{kelpaa})$$

c) Ratkaise epäyhtälö

$$\frac{2}{x-1} \leq \frac{x+1}{x} \quad \text{Määritelty, kun } x \neq 0,1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 \cdot 2 - (x-1) \cdot x + 1}{(x-1)x} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{-x^2 + 1}{(x-1)x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+x)(1-x)}{(x-1)x} \leq 0 \quad \Leftrightarrow -\frac{(1+x)}{x} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{(1+x)}{x} \geq 0$$

$$f(x) = \frac{(1+x)}{x}, \quad x \neq 0,1, \text{ jatkuva}$$

Nollakohdat: $x = -1$

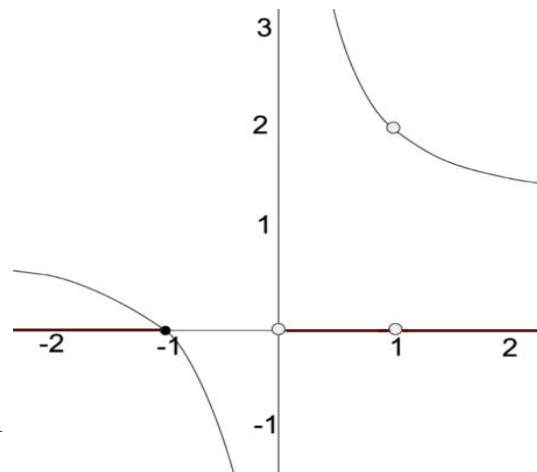
Välillä $]-\infty, -1[$: $f(-2) = \frac{1}{2} > 0$ Käy

Välillä $]-1, 0[$: $f(-\frac{1}{2}) = -1 < 0$ Ei käy

Välillä $]0, 1[$: $f(\frac{1}{2}) = 3 > 0$ Käy

Välillä $]1, \infty[$: $f(2) = 1\frac{1}{2} > 0$ Käy

$$\text{eli } f(x) = \frac{(1+x)}{x} \geq 0 \text{ kun } x \leq -1 \text{ tai } x > 0 \text{ ja } x \neq 1$$



Vastaus: joten $x \leq -1$ tai $x > 0$ ja $x \neq 1$

Huomaa: Nimittäjiä ei saa poistaa kohdissa a) ja c).

Yhtälöitä ei saa jakaa puolittain lausekkeella, jonka arvo voi olla nolla.

Epäyhtälöitä ei saa kertoa puolittain lausekkeella, jonka merkkiä ei tiedä.

Ota huomioon määrittelyehdot. Esimerkiksi

- A. $\frac{1}{f(x)}$ on määritelty, kun $f(x) \neq 0$
- B. $\sqrt{f(x)}$ on määritelty, kun $f(x) \geq 0$
- C. $\log(f(x))$ on määritelty, kun $f(x) > 0$
- D. $\tan(f(x))$ on määritelty, kun $f(x) \neq \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$
- E. $a^{f(x)}$ on määritelty, kun $a > 0$

Taulukkokirjasta löytyy funktion määrittelyehtoja

Esim. $x^2 < 4$

VÄÄRIN: $x^2 < 4$ joten $x < \pm 2$ (Mitä tämä vastaus edes tarkoittaa?)

OIKEIN:

$$TAPA 1: x^2 < 4 \Rightarrow \sqrt{x^2} < \sqrt{4} \Rightarrow |x| < 2 \Rightarrow \underline{\underline{-2 < x < 2}}$$

$$TAPA 2: x^2 < 4 \Rightarrow x^2 - 4 < 0$$

Ylöspäin aukeavan paraabelin $y = x^2 - 4$ nollakohdat ovat ± 2 ,
joten paraabeli on x -akselin alapuolella kun $\underline{\underline{-2 < x < 2}}$ (Piirrä paraabeli)

PITKÄ MATEMATIIKKA

Pisterajat

Vuosina 2007-2009 (max. 66p.)

	L	E	M	C	B	A
s2010	54	39	25	15	10	7
k2010	58	45	32	23	16	11
s2009	59	47	34	19	13	8
k2009	57	46	35	25	18	11
s2008	56	44	34	25	17	10
k2008	59	51	42	31	22	14
s2007	52	37	27	20	13	8
k2007	56	43	32	22	15	10
keskiarvo:	56,4	44,0	32,6	22,5	15,5	9,9

Vuosina 2001-2006 (max. 60p.)

	L	E	M	C	B	A
s2006	51	38	28	20	13	8
k2006	55	42	30	21	15	10
s2005	56	45	34	24	18	13
k2005	51	36	26	18	13	8
s2004	52	41	31	22	15	10
k2004	57	48	37	27	19	13
s2003	50	40	30	21	15	10
k2003	47	31	21	15	10	6
s2002	52	41	32	22	16	12
k2002	52	40	30	22	16	11
s2001	54	42	33	25	18	12
k2001	52	41	32	23	17	12
keskiarvo:	52,4	40,4	30,3	21,7	15,4	10,4

LYHYT MATEMATIIKKA

Pisterajat

	L	E	M	C	B	A
s2010	49	38	29	21	14	9
k2010	54	45	36	26	17	10
s2009	49	38	27	18	11	7
k2009	54	43	33	22	14	8
s2008	45	34	25	18	12	7
k2008	48	38	30	22	15	9
s2007	46	36	28	21	14	7
k2007	53	43	33	23	15	10
s2006	48	39	30	21	14	8
k2006	52	40	30	20	14	8
s2005	52	43	33	23	15	10
k2005	52	43	35	26	19	12
s2004	47	36	28	21	15	9
k2004	47	36	27	19	13	7
s2003	48	37	30	23	17	12
k2003	48	37	28	20	14	8
s2002	49	39	31	23	16	11
k2002	49	39	31	23	17	12
s2001	52	42	32	24	18	12
k2001	51	40	31	22	16	10
keskiarvo:	49,7	39,3	30,4	21,8	15,0	9,3